



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héilton Ribeiro Tavares

Faculdade de Estatística / Universidade Federal do Pará
heliton@ufpa.br



Etapas da Apresentação

- 1 Teoria Clássica de Medidas (TCM)
- 2 Teoria da Resposta ao item (TRI)
- 3 Geração de Dados
- 4 Estimação
- 5 Principais Aplicativos (Softwares)
- 6 Principais Sistemas de Avaliação e Aplicações
- 7 Pesquisa e Pós-Graduação
 - Aplicação 1: Gripe H1N1
 - Aplicação 2: Incrementando o modelo de predisposição
 - Aplicação 3: Índice de Competitividade Agropecuária (ICA)
 - Aplicação 4: Microarray
 - Aplicação 5: Análise de Imagens por Ressonância Magnética Funcional (fMRI)



Teoria Clássica de Medidas (TCM)

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Escores brutos ou padronizados
- Resultados dependem do particular conjunto de itens que compõem o instrumento de medida
- Inviável a comparação entre indivíduos que não foram submetidos "aos mesmos instrumentos de medida".

Principais medidas

- **Escore total (respondente):** número de acertos - varia de 0 a n (número de itens).
- **Índice de dificuldade (item):** proporção de acertos. Varia de 0 a 1.
- **Índice de discriminação (item):** mede a capacidade do item de diferenciar indivíduos. Construído pela diferença entre a proporção de acertos do grupo superior e a do grupo inferior. Varia de -1 a 1.
 - Grupo superior: 27% dos respondentes com os escores mais altos.
 - Grupo inferior 27% dos respondentes com os escores mais baixos.





Obtenção dos Limites de cada Grupo

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:

Pontos	Freq	Perc	Acum		Pontos	Freq	Perc	Acum		Pontos	Freq	Perc	Acum
0	6	0.01	0.01		17	2643	4.45	22.94		34	1032	1.74	94.02
1	2	0.00	0.01		18	2871	4.84	27.77		35	844	1.42	95.44
2	1	0.00	0.02		19	3035	5.11	32.88		36	689	1.16	96.60
3	1	0.00	0.02		20	3179	5.35	38.24		37	559	0.94	97.55
4	4	0.01	0.02		21	3250	5.47	43.71		38	424	0.71	98.26
5	13	0.02	0.05		22	3178	5.35	49.06		39	317	0.53	98.79
6	45	0.08	0.12		23	3152	5.31	54.37		40	230	0.39	99.18
7	82	0.14	0.26		24	3010	5.07	59.44		41	163	0.27	99.46
8	199	0.34	0.59		25	2904	4.89	64.33		42	115	0.19	99.65
9	316	0.53	1.13		26	2807	4.73	69.06		43	77	0.13	99.78
10	494	0.83	1.96		27	2683	4.52	73.58		44	74	0.12	99.90
11	760	1.28	3.24		28	2366	3.98	77.56		45	33	0.06	99.96
12	1060	1.79	5.02		29	2150	3.62	81.19		46	13	0.02	99.98
13	1462	2.46	7.49		30	2058	3.47	84.65		47	7	0.01	99.99
14	1833	3.09	10.57		31	1769	2.98	87.63		48	3	0.01	100.00
15	2175	3.66	14.24		32	1499	2.52	90.16		50	1	0.00	100.00
16	2522	4.25	18.48		33	1264	2.13	92.28		Total	59374	100	



Gráfico: Disciplina 1

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:

Avaliação de Item: Disciplina 1

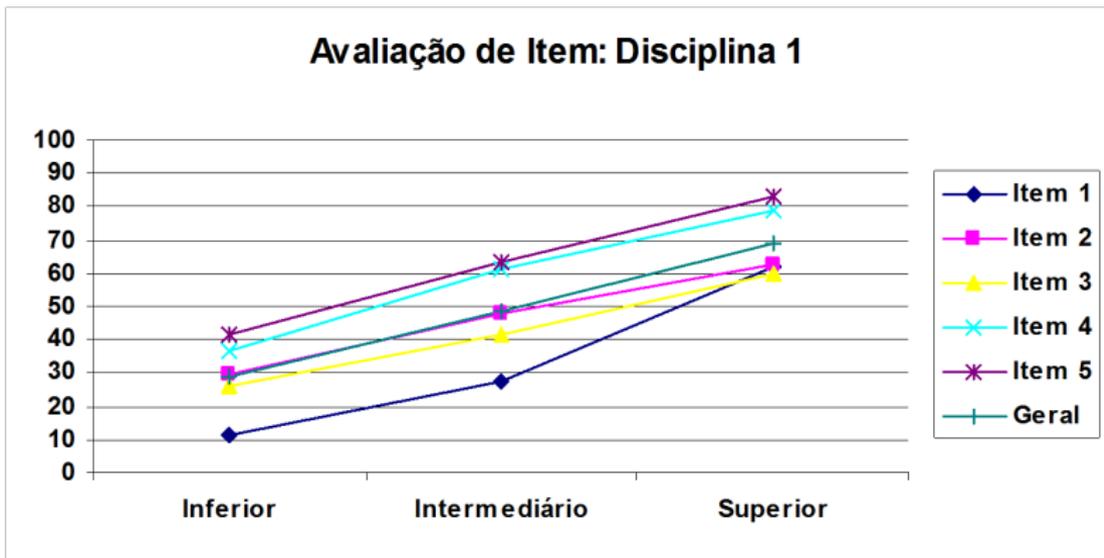




Gráfico: Disciplina 2

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

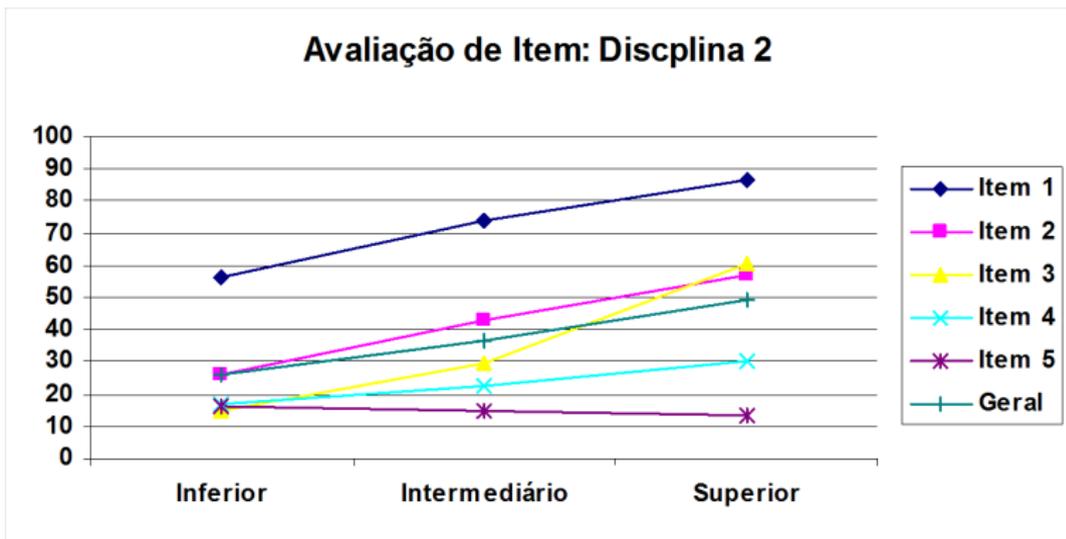
Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:

Avaliação de Item: Disciplina 2



Correlação Item-Teste

- Coeficiente de correlação *ponto-biserial* (item) (r_{pbiss}): coeficiente de correlação de Pearson entre o escore total e a resposta ao item (1 = acerto, 0 = erro) de cada um dos respondentes. Também mede a discriminação do item. Varia de -1 a 1.
- Coeficiente de correlação biserial (item):

$$r_{biss} = r_{pbiss} \frac{\sqrt{p(1-p)}}{h(p)}$$

onde $h(p)$ é o valor da densidade da $N(0, 1)$ cuja respectiva acumulada dá p .





Fidedignidade do Teste

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Coeficiente α (teste): medida de fidedignidade do teste - varia de 0 a 1.

$$\alpha = \frac{n}{n-1} \left[1 - \frac{\sum_{i=1}^n p_i(1-p_i)}{s^2} \right]$$

em que n é o número de itens, p_i é a proporção de acertos ao item i e s^2 é a variância dos escores.

- Erro-padrão de medida (teste): medida de precisão do teste.

$$EPM = s\sqrt{1-\alpha}.$$



$$Y_{jt} = T_j + \xi_{jt}$$

em que:

- Y_{jt} : escore do respondente j no teste t .
- T_j : escore verdadeiro do respondente j (conhecimento).
- ξ_{jt} : componente de erro para o respondente j no teste t .
Suposição usual: $\xi_{jt} \sim N(0, \sigma^2)$, *iid*:



Referências

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Andrade, D. F. (2005). Notas de aula do curso de verão sobre TRI. IME-USP
- Gulliksen, H. (1950). Theory of Mental Tests. New York: John Wiley and Sons.
- Lord, F.M., Novick, M.R. (1968). Statistical Theories of Mental Test Score. Reading: Addison-Wesley.
- Vianna, H.M. (1987). Testes em Educação. São Paulo: Ibrasa.



Teoria da Resposta ao item (TRI)

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héilton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:

- Teoria psicométrica desenvolvida para suprir necessidades na área educacional.
- É composta por conjunto de modelos que consideram variáveis latentes.
- Modelos de Resposta ao Item (MRI) : representam o relacionamento entre traços latentes de indivíduos e itens de um instrumento de medida (prova, questionário). Tal modelagem consiste na probabilidade de obter um certo escore em cada item.
- Existe um grande número de classes de MRI : dicotômicos e policotômicos, um e múltiplos grupos, multidimensionais, longitudinais multiníveis, dentre outros. MRI apresentam elevado número de parâmetros.
- Aplicada em diversas áreas: educação, marketing, psiquiatria, genética etc.

Utilização no Brasil e no Mundo



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- No Brasil vem sendo usada extensamente em avaliação educacional SAEB/Prova Brasil, Provinha Brasil, Encceja, ENADE, ENEM, ...
- No mundo: TOEFL, GRE, PISA, ...
- É parte fundamental dos exames vestibulares das universidades federais
- Decreto do MEC fala explicitamente em uso do "modelo logístico de 3 parâmetros"



Os Modelos matemáticos de resposta ao item

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

Os primeiros modelos de resposta ao item surgiram na década de 50, e eram modelos em que se considerava que uma única habilidade, de um único grupo, estava sendo medida por um teste onde os itens eram corrigidos de maneira dicotômica. Estes modelos foram primeiramente desenvolvidos na forma de uma função ogiva normal e, depois, foram descritos para uma forma matemática mais conveniente, e que vem sendo usada até então: a logística. Hoje já há uma grande variedade de modelos, alguns brevemente apresentados a seguir.



O modelo normal de 1 parâmetro (MN1)

O *modelo normal unidimensional de 1 parâmetro (MN1)* para *itens dicotômicos* [Lord, 1952] baseia-se na suposição de que quanto maior o conhecimento (habilidade) do indivíduo na área avaliada, maior é a probabilidade de ele responder corretamente ao item. Assim, já que estamos modelando uma PROBABILIDADE, podemos adotar qualquer Função de Distribuição Acumulada, tal como a Normal. Podemos esperar o seguinte comportamento para a probabilidade de resposta correta em função da habilidade:

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, b_i) = \int_{-\infty}^{\theta_j - b_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\{-t^2/2\} dt, \quad (1)$$

com $i = 1, 2, \dots, n$, e $j = 1, 2, \dots, n$. O inconveniente desse modelo reside em ter que integrar uma função para obter a integral, que não tem forma fechada.

O modelo normal de 2 e 3 parâmetros (MN2 e MN3)

Após algumas aplicações desse modelo, o próprio Lord sentiu a necessidade da incorporação de parâmetros adicionais que tratassem das diferentes inclinações das funções e do problema do acerto casual. Assim, surgiram os modelos de 2 e 3 parâmetros.

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i) = \int_{-\infty}^{a_i(\theta_j - b_i)} \phi(t) dt, \quad (2)$$

e

$$P(U_{ij} = 1 | \theta_j, a_i, b_i, c_i) = c_i + (1 - c_i) \int_{-\infty}^{a_i(\theta_j - b_i)} \phi(t) dt, \quad (3)$$

onde ϕ representa a função densidade da distribuição normal padrão.





O modelo logístico de 3 parâmetros (ML3)

Birbaum (1968) propôs o *modelo logístico unidimensional*, em substituição ao modelo normal. Ele é atualmente utilizado por ser matematicamente mais simples de se trabalhar, já que é uma função explícita dos parâmetros dos itens e não envolve a função de integração presente no modelo normal. Podemos esperar o seguinte comportamento para a probabilidade de resposta correta em função da habilidade:

$$P(U_{ij} = 1|\theta_j) = c_i + (1 - c_i) \frac{1}{1 + e^{-D a_i(\theta_j - b_i)}}, \quad (4)$$

com $i = 1, 2, \dots, n$, e $j = 1, 2, \dots, n$.

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



Comparação Normal versus Logística

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héilton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

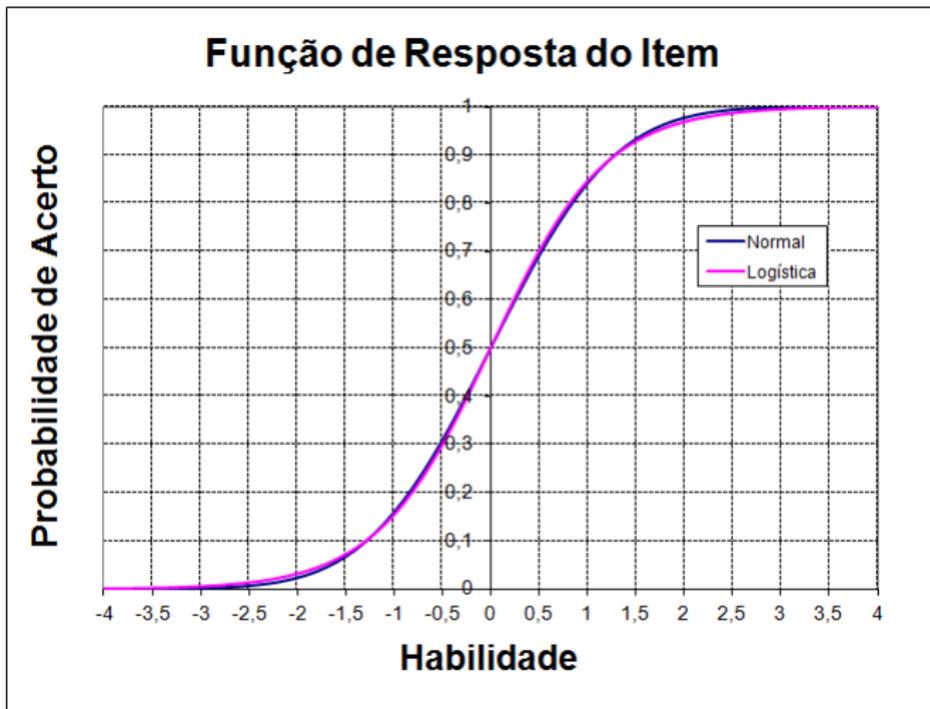
Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Exemplo de uma Curva Característica do Item – CCI



Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimacão

Softwares

Aplicações

Pesquisa

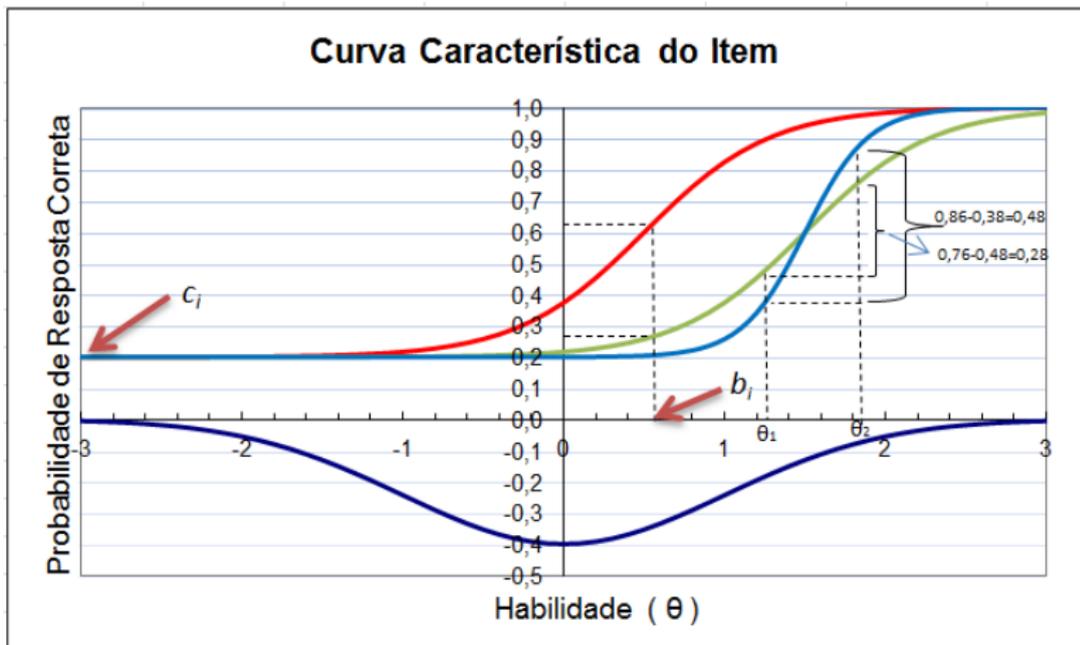
Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:





Interpretação:

- U_{ij} é uma variável dicotômica que assume os valores 1, quando o indivíduo j responde corretamente o item i , ou 0 quando o indivíduo j não responde corretamente ao item i .
- θ_j representa a habilidade (traço latente) do j -ésimo indivíduo.
- $P(U_{ij} = 1|\theta_j)$ é a probabilidade de um indivíduo j com habilidade θ_j responder corretamente o item i e é chamada de Modelo (ou Função) de Resposta do Item – MRI.
- b_i é o parâmetro de dificuldade (ou de posição) do item i , medido na mesma escala da habilidade.
- a_i é o parâmetro de discriminação (ou de inclinação) do item i , com valor proporcional à inclinação da Curva Característica do Item CCI no ponto $\theta = b_i$.
- c_i é o parâmetro do item que representa a probabilidade de indivíduos com baixa habilidade responderem

Exemplo de Item na PRÁTICA



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:

Gripe H1N1

Aplicação 2:

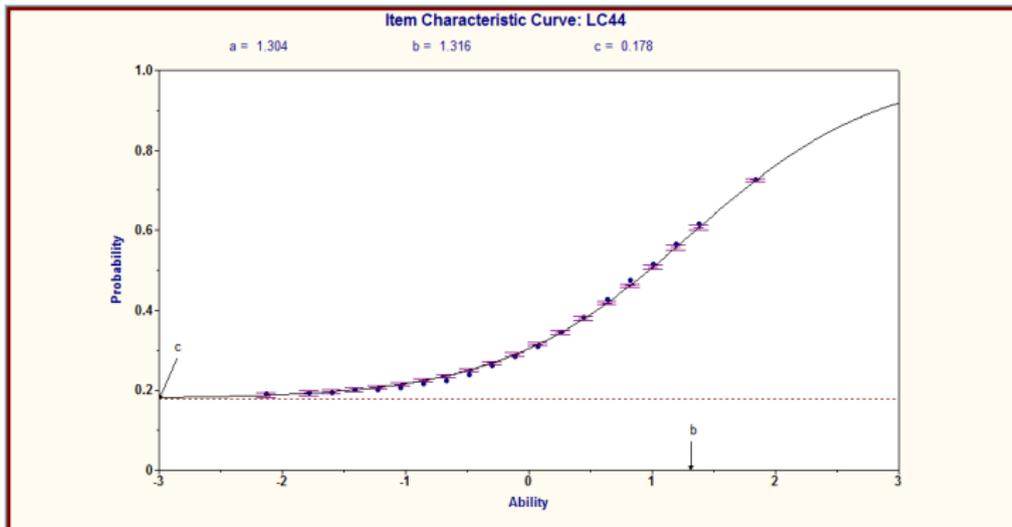
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:

Microarray

Aplicação 5:



Exemplo de Item na PRÁTICA



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

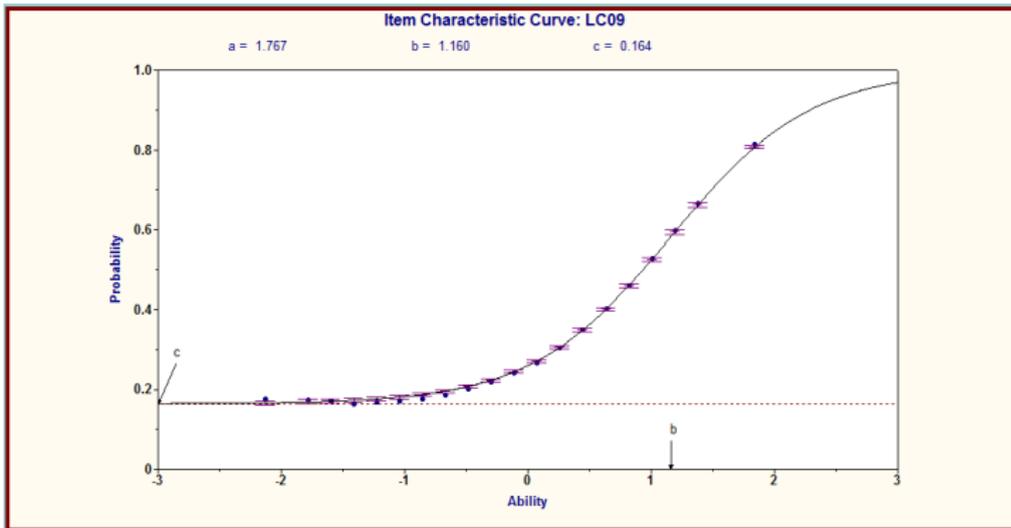
Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



Exemplo de Item na PRÁTICA. Possível melhoria



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

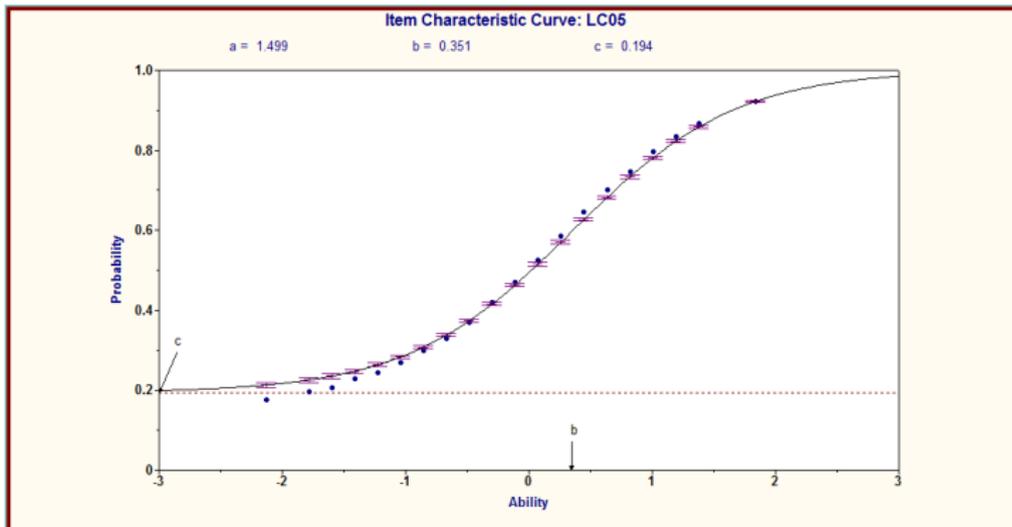
Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:





Exemplo de Item com comportamento inesperado

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

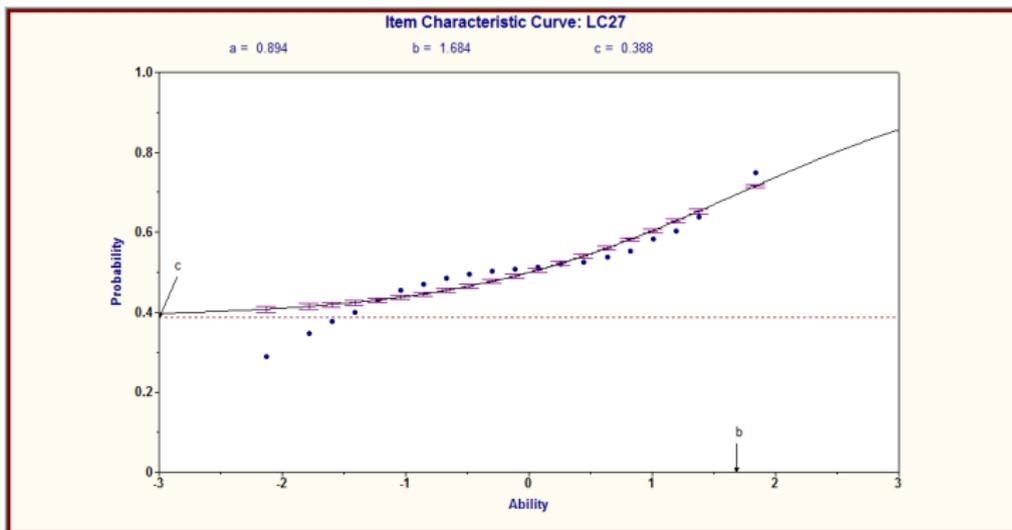
Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



Exemplo de Item com comportamento inesperado



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

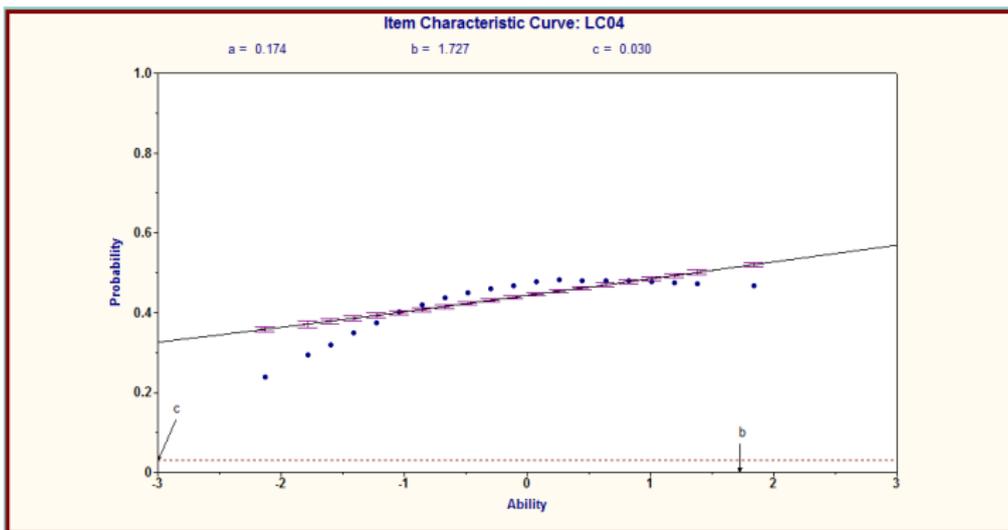
Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

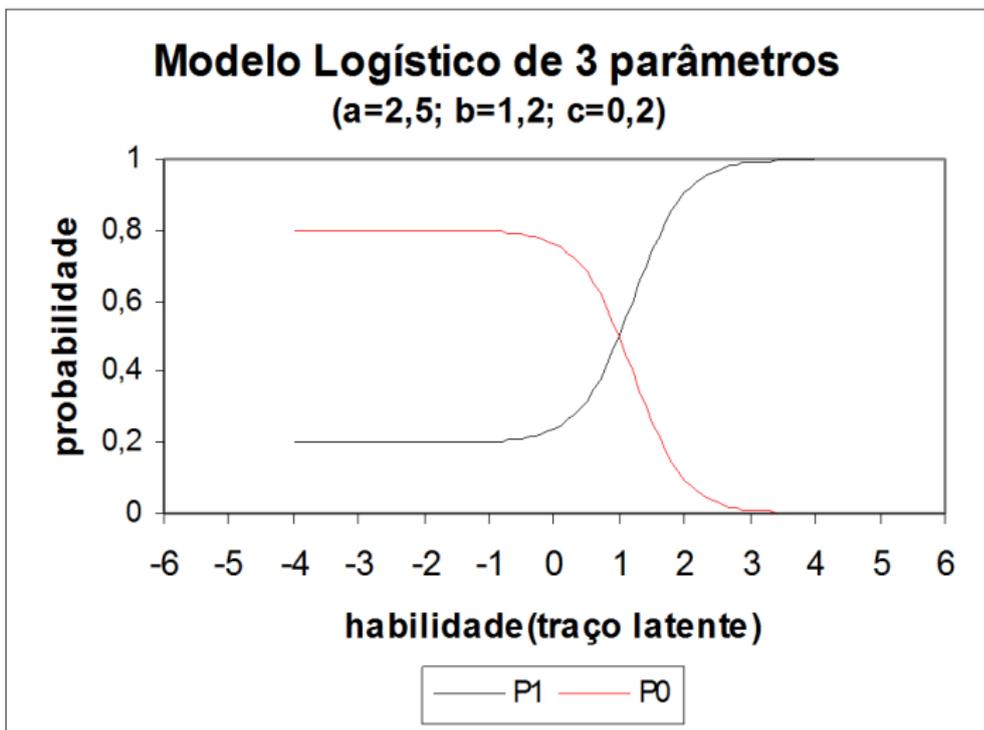
Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



Apresentando as DUAS categorias (certo e Errado)



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

Modelo de Resposta Nominal



Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

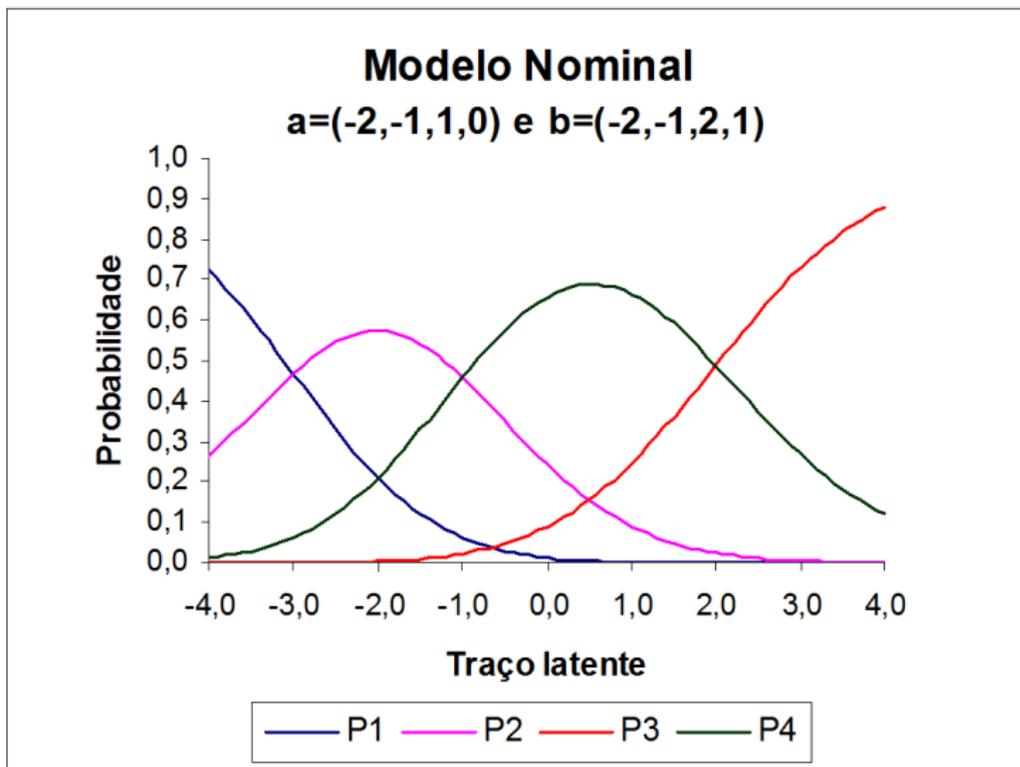
Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Modelo de Resposta Nominal

- Temos m_i categorias para o item i , SEM ORDENAÇÃO entre essas categorias (questões objetivas)
- A soma das probabilidade é igual a 1, para cada θ .
- A probabilidade de o indivíduo j ter associado a categoria s é dada por

$$P(U_{ij} = s | \theta_j) = \frac{\exp\{a_{is}(\theta_j - b_{is})\}}{\sum_{h=1}^{m_i} \exp\{a_{ih}(\theta_j - b_{ih})\}}$$





Modelo de Resposta Gradual

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

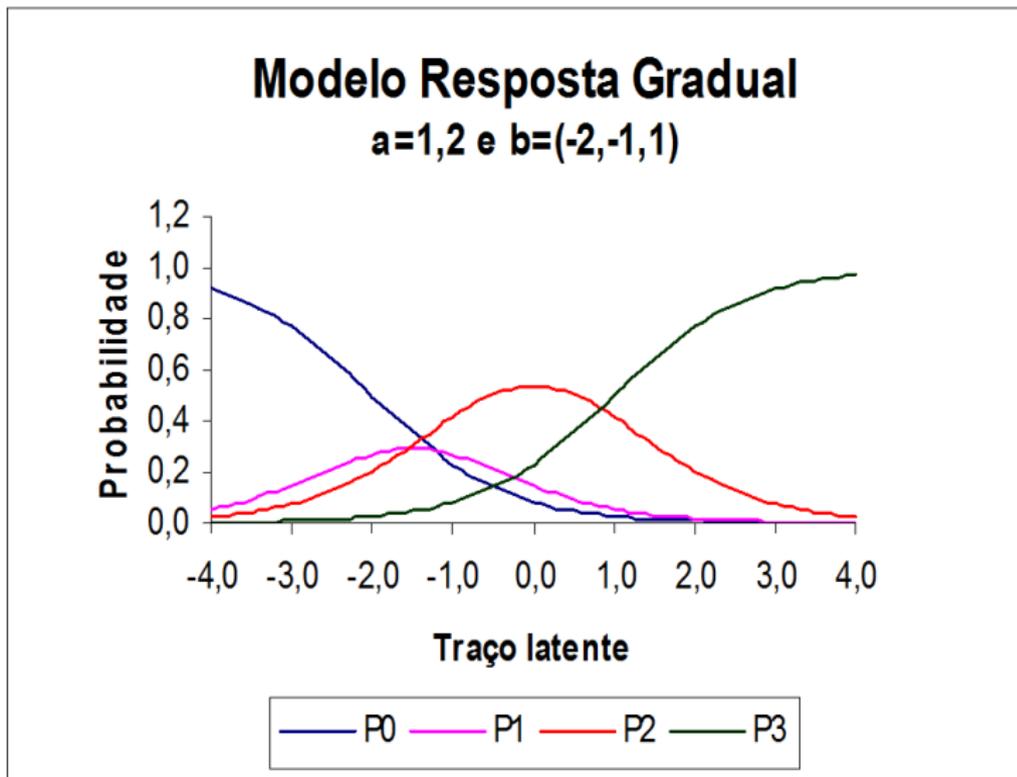
Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Modelo de Resposta Gradual

- Temos m_i categorias para o item i , COM ORDENAÇÃO no nível de "dificuldade" (gradual)
- A soma das probabilidade é igual a 1, para cada θ .
- A probabilidade de obter a categoria s ou superior é dada pelo Modelo Logístico de 2 Parâmetros ($P_{i,k}^+$).
- A probabilidade de o indivíduo j ter associado a categoria s é obtida pela diferença $P_{i,k}^+ - P_{i,k+1}^+$

$$P(U_{ij} = s | \theta_j) = \frac{1}{1 + \exp\{-a_i(\theta_j - b_{is})\}} - \frac{1}{1 + \exp\{-a_i(\theta_j - b_{i(s+1)})\}}$$

com $b_{i1} \leq b_{i2} \leq \dots \leq b_{im_i}$





Modelo de Escala Gradual ($b_{i,k} = b_i - d_k$)

Caso particular do modelo de resposta gradual de Samejima é o *modelo de escala gradual*. Analogamente ao modelo de resposta gradual, este modelo também é adequado para itens com categorias de resposta *ordenadas*. No entanto, aqui é feita uma suposição a mais: a de que os escores das categorias são *igualmente espaçados*

$$P_{i,k}(\theta_j) = \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i + d_k)}} - \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i + d_{k+1})}}, \quad (5)$$

b_i é agora o parâmetro de locação do item i e d_k é o parâmetro de ordem de categoria, com $d_1 \geq d_2 \geq \dots \geq d_m$.

Modelo de Crédito Parcial (Masters, 1992)

O modelo de crédito parcial difere do gradual por pertencer à família de modelos de Rasch. Na verdade, o modelo de crédito parcial é uma extensão do modelo de Rasch para itens dicotômicos.

$$P_{i,k}(\theta_j) = \frac{\exp\left[\sum_{u=0}^k(\theta_j - b_{i,u})\right]}{\sum_{u=0}^{m_i} \exp\left[\sum_{v=0}^u(\theta_j - b_{i,v})\right]}, \quad (6)$$



Modelo de Crédito Parcial Generalizado (Muraki, 1992)

Baseia-se no modelo de créditos parciais de Masters, relaxando a hipótese de poder de discriminação uniforme para todos os itens. O modelo de crédito parcial generalizado é dado por:

$$P_{i,k}(\theta_j) = \frac{\exp\left[\sum_{u=0}^k Da_i(\theta_j - b_{i,u})\right]}{\sum_{v=0}^{m_i} \exp\left[\sum_{v=0}^v Da_i(\theta_j - b_{i,v})\right]}, \quad (7)$$

Neste caso os valores de d_k não são necessariamente ordenados sequencialmente dentro de um item. O parâmetro d_k é interpretado como a dificuldade relativa da categoria k em comparação com as outras categorias do item ou o desvio da dificuldade de cada categoria em relação à locação do item, b_j .





Simulação de Dados

Uma etapa importante na fase de proposição e teste de modelos é a Geração de Números Aleatórios. Considerando P_{ji} a probabilidade de um indivíduo com habilidade θ_j responder corretamente a um item com parâmetros $\zeta_i = (a_i, b_i, c_i)$, então a variável dicotômica U_{ji} tem distribuição $Bernoulli(P_{ji})$.

Tabela : Ilustração do conjunto de observações

	1	2	...	n
1	u_{11}	u_{12}	...	u_{1n}
2	u_{21}	u_{22}	...	u_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots
N	u_{N1}	u_{N2}	...	u_{Nn}

Geração de Dados

- Então devemos gerar realizações de variáveis aleatórias com distribuição $Bernoulli(P_{ji})$.
- No entanto, sabemos que se $X \sim U(0, 1)$, então

$$P(X \leq x) = x.$$

- Definimos $U_{ji} = 1_{\{X_{ji} \leq P_{ji}\}}$, então

$$P(U_{ji} = 1) = P(X_{ji} \leq P_{ji}) = P_{ji}.$$



Útil: se R_1 e R_2 são $U(0, 1)$ independentes, então

$$Z = \sqrt{-2 \ln(R_1)} \cos(2\pi R_2) \sim N(0, 1).$$



Uma Macro em Excel/VBA [Alt+F11, depois F7]

```
Sub GeraDados()
```

```
Dim a(5) : Dim b(5) : Dim c(5)
```

```
a(1) = 0.5: a(2) = 0.75: a(3) = 1: a(4) = 1.25: a(5) = 1.5
```

```
b(1) = -1: b(2) = -0.5: b(3) = 0: b(4) = 0.5: b(5) = 1
```

```
c(1) = 0.1: c(2) = 0.1: c(3) = 0.2: c(4) = 0.2: c(5) = 0.2
```

```
Nindiv = 100 : nitens = 5 : Pi = 3.141592654
```

```
For j = 1 To Nindiv
```

```
    R1 = Rnd() : R2 = Rnd()
```

```
    theta = Sqr(-2 * Log(R2)) * Sin(2 * Pi * R1) 'Gerando N(0,1)
```

```
    Cells(j, 1) = theta
```

```
    For i = 1 To nitens
```

```
        Pji = c(i) + (1 - c(i)) / (1 + Exp(-1.7 * a(i)*(theta - b(i))))
```

```
        Xji = Rnd
```

```
        If (Xji < Pji) Then Cells(j, i+1) = 1 Else Cells(j, i+1) = 0
```

```
    Next
```

```
Next
```

```
End Sub
```





Planilha com os dados gerados

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:

D8 fx 1

	A	B	C	D	E	F	G
1	-0,94163	0	0	0	0	0	
2	-0,47618	1	1	0	0	1	
3	0,525273	1	1	1	0	1	
4	0,013946	1	1	0	0	0	
5	-0,40417	1	1	1	0	0	
6	-0,7867	1	1	1	0	0	
7	0,582944	1	1	1	1	0	
8	0,927642	1	1	1	1	0	
9	-0,1163	1	1	0	0	0	
10	0,794497	1	1	1	0	1	
11	0,22711	1	1	1	1	1	
12	0,208873	1	0	1	0	0	
13	-0,62122	0	0	1	0	0	
14	0,305946	1	1	1	0	0	
15	-0,66489	1	0	0	0	0	
16	0,015823	1	1	1	1	0	
17	2,076236	1	1	1	1	1	
18	0,682099	1	0	1	1	1	
19	0,995895	0	1	1	0	0	
20	-0,20158	0	0	1	0	1	



Métodos de Estimação

- Breve introdução a TRI e aos métodos de estimação
- Métodos de estimação em modelos de um único grupo
 - Estimação dos parâmetros dos itens
 - Máxima verossimilhança marginal
 - Moda marginal a posteriori
 - Estimação dos traços latentes
 - Máxima verossimilhança
 - Esperança a posteriori
 - Moda a posteriori
- Métodos de estimação em modelos de grupos múltiplos
 - Estimação dos parâmetros populacionais
 - Equalização





Notação

Geral: Estimação por máxima verossimilhança \Rightarrow contruir a verossimilhança e encontrar os valores de ζ que maximizam essa função.

Notação:

u_{ji} : resposta do indivíduo j ao item i

\mathbf{u}_j : vetor de respostas do indivíduo j a todos os itens

$\mathbf{u}_{..}$: conjunto total de observações

$\theta = (\theta_1, \dots, \theta_N)$: vetor de habilidades dos N indivíduos

$\zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_n)$: conjunto de parâmetros dos itens.



Suposições:

As duas principais são:

- (S1) as respostas oriundas de indivíduos diferentes são independentes,
- (S2) os itens são respondidos de forma independente por cada indivíduo (Independência Condicional), fixada sua habilidade. Ou seja, a habilidade (θ) é a única informação necessária para determinar se o indivíduo acerta ou erra a questão. Ou ainda, o indivíduo não aprende (altera sua habilidade) no momento do teste.



Construção da verossimilhança

O processo é construído em duas etapas, primeiro supõe-se alguma distribuição para as habilidades da população, tal como $Normal(\mu, \sigma^2)$. Na prática podemos fixar $\mu = 0$ e $\sigma^2 = 1$. A equação de verossimilhança fica em função apenas dos parâmetros dos itens ζ .

Geral: Supor distribuição para a habilidade: fdp é $g(\theta|\eta)$, $\eta = (\mu, \sigma^2)'$

A verossimilhança individual pode ser escrita como

$$P(\mathbf{u}_j|\zeta, \eta) = \int_{\mathbf{R}} P(\mathbf{u}_j|\theta, \zeta)g(\theta|\eta)d\theta.$$



Verossimilhança marginal

- A função de verossimilhança marginal será:

$$L(\zeta) = P(\mathbf{U}_{..} = \mathbf{u}_{..} | \zeta) \stackrel{(S1)}{=} \prod_{j=1}^N P(\mathbf{U}_j = \mathbf{u}_j | \zeta)$$

- Encontrar o ponto de máximo da verossimilhança é equivalente a encontrar o ponto que maximiza a log-verossimilhança;

$$\log L(\zeta) = \sum_{j=1}^N P(\mathbf{U}_j = \mathbf{u}_j | \zeta).$$

- Para encontrar o ponto de máximo de uma função, derivamos e igualamos a zero:

$$\frac{\partial \log L(\zeta)}{\partial \zeta_i} = \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, n.$$



Visualização da Verossimilhança

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héilton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

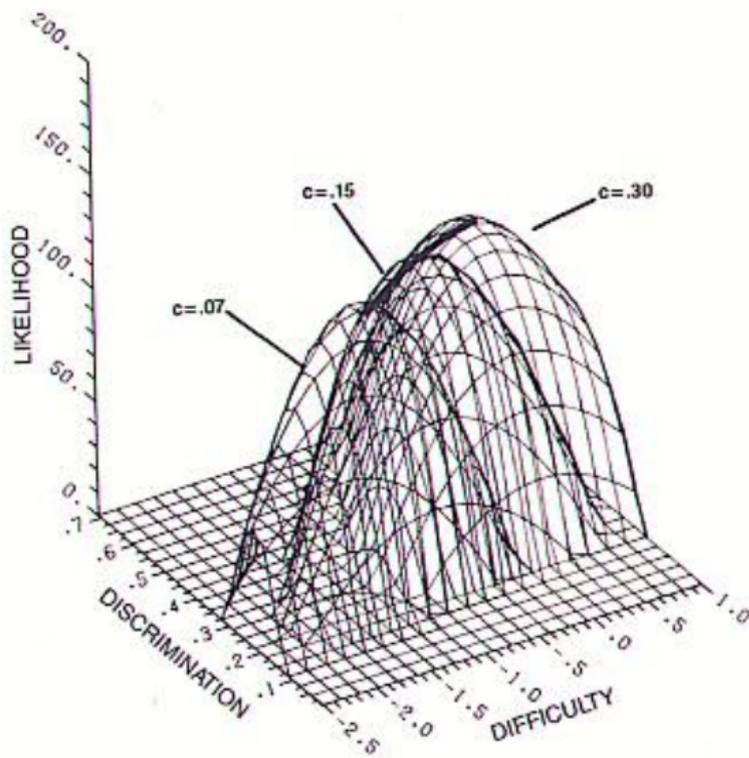
Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Equação de Verossimilhança

Podemos escrever a log-verossimilhança como

$$\begin{aligned}\frac{\partial \log L(\zeta, \eta)}{\partial \zeta_i} &= \frac{\partial}{\partial \zeta_i} \left\{ \sum_{j=1}^N \log P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{1}{P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta)} \frac{\partial P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta)}{\partial \zeta_i}.\end{aligned}$$

Depois de algumas páginas de desenvolvimento, obtemos

$$\frac{\partial P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta)}{\partial \zeta_i} = \int_{\mathcal{R}} \left[(u_{ji} - P_i) \left(\frac{\partial P_i}{\partial \zeta_i} \right) \frac{W_i}{P_i^* Q_i^*} \right] P(\mathbf{u}_j | \theta, \zeta) g(\theta | \eta) d\theta$$



Desenvolvimento

onde,

$$W_{ji} = \frac{P_{ji}^* Q_{ji}^*}{P_{ji} Q_{ji}}, \quad \text{onde } P_{ji}^* \text{ é o ML2} \quad \text{e} \quad Q_{ji}^* = 1 - P_{ji}^*$$

Usando a notação

$$g_j^*(\theta) \equiv g(\theta | \mathbf{u}_j, \zeta, \eta) = \frac{P(\mathbf{u}_j | \theta, \zeta) g(\theta | \eta)}{P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta)}, \quad (8)$$

teremos que a função de log-verossimilhança será

$$\frac{\partial \log L(\zeta, \eta)}{\partial \zeta_i} = \sum_{j=1}^N \int_R \left[(u_{ji} - P_i) \left(\frac{\partial P_i}{\partial \zeta_i} \right) \frac{W_i}{P_i^* Q_i^*} \right] g_j^*(\theta) d\theta.$$





Derivadas de P_{ji}

Finalmente, basta obter as derivadas para a FRI escolhida para cada item. Adotando o ML3 para todos os itens, teremos

$$\frac{\partial P_{ji}}{\partial a_i} = D(1 - c_i)(\theta_j - b_i)P_{ji}^*Q_{ji}^*,$$

$$\frac{\partial P_{ji}}{\partial b_i} = -Da_i(1 - c_i)P_{ji}^*Q_{ji}^*,$$

$$\frac{\partial P_{ji}}{\partial c_i} = Q_{ji}^*.$$

Agora é só substituir na equação anterior.

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



Equações de Estimação Finais

Em resumo, as equações de estimação para os parâmetros a_i , b_i e c_i são, respectivamente,

$$a_i : D(1 - c_i) \sum_{j=1}^N \int_{\mathcal{R}} [(u_{ji} - P_i)(\theta - b_i) W_i] g_j^*(\theta) d\theta = 0,$$

$$b_i : -Da_i(1 - c_i) \sum_{j=1}^N \int_{\mathcal{R}} [(u_{ji} - P_i) W_i] g_j^*(\theta) d\theta = 0,$$

$$c_i : \sum_{j=1}^N \int_{\mathcal{R}} \left[(u_{ji} - P_i) \frac{W_i}{P_i^*} \right] g_j^*(\theta) d\theta = 0,$$

Métodos Iterativos

As equações não apresentam solução explícita. Com isso, deve ser adotado algum método iterativo para obtenção das estimativas de máxima verossimilhança, tal como o Método de Newton-Raphson ou Scoring de Fisher. Para isso, devem ser calculadas ainda a derivadas segundas,

$$\frac{\partial^2 \log L(\zeta, \eta)}{\partial \zeta_i \partial \zeta_l} \quad \forall (i, l). \quad (9)$$

Naturalmente, quando $i = l$ (mesmo item) essas derivadas não serão nulas, mas o desejável seria que as derivadas cruzadas ($i \neq l$) fossem nulas, mas não são. Isso implica que deveremos estimar todos os itens conjuntamente, tendo que inverter matrizes da ordem $3n$ inúmeras vezes, por exemplo.



Métodos Iterativos

Usando

$$r_i(\theta) = \sum_{j=1}^N u_{ji} g_j^*(\theta), \quad f_i(\theta) = \sum_{j=1}^N g_j^*(\theta),$$

As equações de estimação ficam

$$\frac{\partial \log L(\zeta, \eta)}{\partial a_i} = D(1 - c_i) \int_R (\theta - b_i) [r_i(\theta) - P_i f_i(\theta)] W_i d\theta,$$

$$\frac{\partial \log L(\zeta, \eta)}{\partial b_i} = -D a_i (1 - c_i) \int_R [r_i(\theta) - P_i f_i(\theta)] W_i d\theta,$$

$$\frac{\partial \log L(\zeta, \eta)}{\partial c_i} = \int_R [r_i(\theta) - P_i f_i(\theta)] W_i d\theta.$$



Pontos de Quadratura

Na prática, a integral é aproximada usando-se q pontos de quadratura $\bar{\theta}_k$ e respectivos pesos A_k , $k = 1, \dots, q$. As Equações ficam

$$a_i : D(1 - c_i) \sum_{k=1}^q (\bar{\theta}_k - b_i) [r_{ki} - P_{ki} f_k] W_{ki} = 0,$$

$$b_i : -Da_i(1 - c_i) \sum_{k=1}^q [r_{ki} - P_{ki} f_k] W_{ki} = 0,$$

$$c_i : \sum_{k=1}^q [r_{ki} - P_{ki} f_k] \frac{W_{ki}}{P_{ki}^*} = 0.$$



Etapas do Algoritmo EM

Mais especificamente, os passos E e M são

Passo E Usar os $\bar{\theta}_k$, os pesos A_k , $k = 1, \dots, q$ e estimativas iniciais $\hat{\zeta}_i$ para gerar $g_j^*(\bar{\theta}_k)$ e, posteriormente, r_{ki} e f_k .

Passo M Com \mathbf{r} e \mathbf{f} obtidos no Passo E, resolver as equações de estimação para ζ_i usando o algoritmo Newton-Raphson ou “Scoring” de Fisher.

Vantagem: tratamento de matrizes 3×3 para o ML3, convergência.

Desvantagem: Velocidade de convergência





Método de Newton-Raphson

- Inicia-se com uma estimativa inicial de ζ_i , representada por $\hat{\zeta}_i^{(0)}$. A cada iteração $1, 2, \dots$, as estimativas são melhoradas.
- A expressão para a estimativa de ζ_i na iteração $t + 1$ será

$$\hat{\zeta}_i^{(t+1)} = \hat{\zeta}_i^{(t)} - [\Delta(\hat{\zeta}_i^{(t)})]^{-1} \mathbf{h}(\hat{\zeta}_i^{(t)}).$$

- O processo para quando algum critério de parada for alcançado.



Método de Newton-Raphson

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Inicia-se com uma estimativa inicial de ζ_i , representada por $\hat{\zeta}_i^{(0)}$. A cada iteração $1, 2, \dots$, as estimativas são melhoradas.
- A expressão para a estimativa de ζ_i na iteração $t + 1$ será

$$\hat{\zeta}_i^{(t+1)} = \hat{\zeta}_i^{(t)} - [\mathbf{\Delta}(\hat{\zeta}_i^{(t)})]^{-1} \mathbf{h}(\hat{\zeta}_i^{(t)}).$$

- O processo para quando algum critério de parada for alcançado.

Método de Newton-Raphson

- Inicia-se com uma estimativa inicial de ζ_i , representada por $\hat{\zeta}_i^{(0)}$. A cada iteração $1, 2, \dots$, as estimativas são melhoradas.
- A expressão para a estimativa de ζ_i na iteração $t + 1$ será

$$\hat{\zeta}_i^{(t+1)} = \hat{\zeta}_i^{(t)} - [\mathbf{\Delta}(\hat{\zeta}_i^{(t)})]^{-1} \mathbf{h}(\hat{\zeta}_i^{(t)}).$$

- O processo para quando algum critério de parada for alcançado.





Erro-Padrão

Os estimadores de máxima verossimilhança gozam de propriedades assintóticas conhecidas, tais como vício nulo e eficiência. Sob algumas condições de regularidade (ver Sen & Singer (1993), por exemplo) a distribuição assintótica do estimador de máxima verossimilhança, $\hat{\zeta}_i$, é normal com vetor de média ζ_i e matriz de covariâncias dada pela inversa da matriz de informação

$$\mathbf{I}(\zeta_i) = -E \left(\frac{\partial^2 \log L(\zeta)}{\partial \zeta_i \partial \zeta_i'} \right) = -\mathbf{\Delta}(\zeta_i),$$

As raízes quadradas dos elementos diagonais de $[\mathbf{I}(\zeta_i)]^{-1}$ fornecem os erros-padrão dos estimadores \hat{a}_i , \hat{b}_i e \hat{c}_i .



Estimação das Habilidades

- Nesta etapa consideramos os parâmetros dos itens conhecidos.
- A habilidade do indivíduo j será estimada com base na distribuição da habilidade, condicionada ao vetor de respostas do indivíduo j , ou seja, alguma característica de $g_j^*(\theta)$:

$$g_j^*(\theta) \equiv g(\theta | \mathbf{u}_j, \zeta, \eta) = \frac{P(\mathbf{u}_j | \theta, \zeta) g(\theta | \eta)}{P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta)}$$

- Podemos usar a Média desta distribuição (chamado de EAP - expected a posteriori), ou o máximo (Moda) da distribuição (chamado de MAP - maximum a posteriori)

Estimação das Habilidades

- Nesta etapa consideramos os parâmetros dos itens conhecidos.
- A habilidade do indivíduo j será estimada com base na distribuição da habilidade, condicionada ao vetor de respostas do indivíduo j , ou seja, alguma característica de $g_j^*(\theta)$:

$$g_j^*(\theta) \equiv g(\theta | \mathbf{u}_j, \zeta, \eta) = \frac{P(\mathbf{u}_j | \theta, \zeta) g(\theta | \eta)}{P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta)}$$

- Podemos usar a Média desta distribuição (chamado de EAP - expected a posteriori), ou o máximo (Moda) da distribuição (chamado de MAP - maximum a posteriori)



Estimação das Habilidades

- Nesta etapa consideramos os parâmetros dos itens conhecidos.
- A habilidade do indivíduo j será estimada com base na distribuição da habilidade, condicionada ao vetor de respostas do indivíduo j , ou seja, alguma característica de $g_j^*(\theta)$:

$$g_j^*(\theta) \equiv g(\theta | \mathbf{u}_j, \zeta, \eta) = \frac{P(\mathbf{u}_j | \theta, \zeta) g(\theta | \eta)}{P(\mathbf{u}_j | \zeta, \eta)}$$

- Podemos usar a Média desta distribuição (chamado de EAP - expected a posteriori), ou o máximo (Moda) da distribuição (chamado de MAP - maximum a posteriori)





Estimação das Habilidades - Visualização

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héilton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

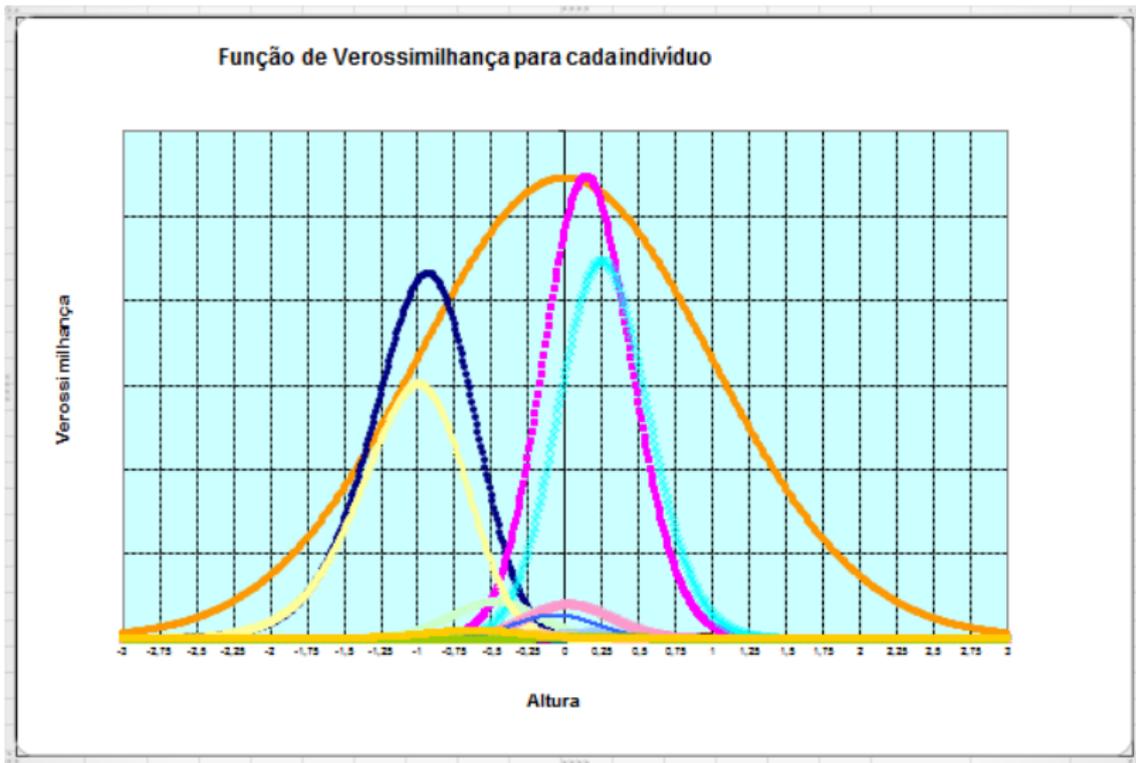
Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



EAP - expected a posteriori

Este método é bastante conveniente, pois durante o processo de estimação dos parâmetros dos itens as quantidades $g_j^*(\theta)$ são obtidas e guardadas, assim como o vetor de pontos de quadratura $\bar{\theta} = (\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \dots, \bar{\theta}_q)$, usado para aproximar as integrais por somas. Segue que a esperança da posteriori é

$$\hat{\theta}_j \equiv E[\theta | \mathbf{u}_{j.}, \zeta, \boldsymbol{\eta}] = \int_{\mathbf{R}} \theta g_j^*(\theta) d\theta.$$



MAP - maximum a posteriori

- Temos que encontrar o ponto de máximo de $g_j^*(\theta)$
- Logaritimizamos, derivamos e igualamos a zero, e aplicamos Newton-Raphson.
- A equação de estimação para θ_j é dada por

$$D \sum_{i=1}^n a_i(1 - c_i)(u_{ji} - P_{ji})W_{ji} - \frac{(\theta_j - \mu)}{\sigma^2} = 0.$$

- O processo iterativo será feito com base em

$$\hat{\theta}_j^{(t+1)} = \hat{\theta}_j^{(t)} - [H(\hat{\theta}_j^{(t)})]^{-1} h(\hat{\theta}_j^{(t)})$$

- O erro-padrão será dado pelo inverso da informação de Fisher.





MAP - maximum a posteriori

- Temos que encontrar o ponto de máximo de $g_j^*(\theta)$
- Logaritimizamos, derivamos e igualamos a zero, e aplicamos Newton-Raphson.
- A equação de estimação para θ_j é dada por

$$D \sum_{i=1}^n a_i(1 - c_i)(u_{ji} - P_{ji})W_{ji} - \frac{(\theta_j - \mu)}{\sigma^2} = 0.$$

- O processo iterativo será feito com base em

$$\hat{\theta}_j^{(t+1)} = \hat{\theta}_j^{(t)} - [H(\hat{\theta}_j^{(t)})]^{-1} h(\hat{\theta}_j^{(t)})$$

- O erro-padrão será dado pelo inverso da informação de Fisher.



MAP - maximum a posteriori

- Temos que encontrar o ponto de máximo de $g_j^*(\theta)$
- Logaritmicamos, derivamos e igualamos a zero, e aplicamos Newton-Raphson.
- A equação de estimação para θ_j é dada por

$$D \sum_{i=1}^n a_i(1 - c_i)(u_{ji} - P_{ji})W_{ji} - \frac{(\theta_j - \mu)}{\sigma^2} = 0.$$

- O processo iterativo será feito com base em

$$\hat{\theta}_j^{(t+1)} = \hat{\theta}_j^{(t)} - [H(\hat{\theta}_j^{(t)})]^{-1} h(\hat{\theta}_j^{(t)})$$

- O erro-padrão será dado pelo inverso da informação de Fisher.



MAP - maximum a posteriori

- Temos que encontrar o ponto de máximo de $g_j^*(\theta)$
- Logaritmicamos, derivamos e igualamos a zero, e aplicamos Newton-Raphson.
- A equação de estimação para θ_j é dada por

$$D \sum_{i=1}^n a_i(1 - c_i)(u_{ji} - P_{ji})W_{ji} - \frac{(\theta_j - \mu)}{\sigma^2} = 0.$$

- O processo iterativo será feito com base em

$$\hat{\theta}_j^{(t+1)} = \hat{\theta}_j^{(t)} - [H(\hat{\theta}_j^{(t)})]^{-1}h(\hat{\theta}_j^{(t)})$$

- O erro-padrão será dado pelo inverso da informação de Fisher.

MAP - maximum a posteriori

- Temos que encontrar o ponto de máximo de $g_j^*(\theta)$
- Logaritimizamos, derivamos e igualamos a zero, e aplicamos Newton-Raphson.
- A equação de estimação para θ_j é dada por

$$D \sum_{i=1}^n a_i(1 - c_i)(u_{ji} - P_{ji})W_{ji} - \frac{(\theta_j - \mu)}{\sigma^2} = 0.$$

- O processo iterativo será feito com base em

$$\hat{\theta}_j^{(t+1)} = \hat{\theta}_j^{(t)} - [H(\hat{\theta}_j^{(t)})]^{-1}h(\hat{\theta}_j^{(t)})$$

- O erro-padrão será dado pelo inverso da informação de Fisher.





Principais Aplicativos (Softwares)

- **Análise Clássica: ItemAN** (www.assess.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Bilog-MG, para itens dicotômicos (www.ssicentral.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Multilog, para itens policotômicos
- Análise de Fatores Associados: HLM (Hierarchical Linear Models)
- R-Project: ltm, mirt, Lorfif (<http://cran.r-project.org/web/packages/ltm/ltm.pdf>)
- Dimensionalidade / Análise Fatorial de Informação Plena: TestFact.
- Xcalibre etc.

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Principais Aplicativos (Softwares)

- **Análise Clássica: ItemAN** (www.assess.com)
- **Teoria da Resposta ao Item: Bilog-MG**, para itens dicotômicos (www.ssicentral.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Multilog, para itens policotômicos
- Análise de Fatores Associados: HLM (Hierarquical Linear Models)
- R-Project: ltm, mirt, Lorfif (<http://cran.r-project.org/web/packages/ltm/ltm.pdf>)
- Dimensionalidade / Análise Fatorial de Informação Plena: TestFact.
- Xcalibre etc.

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Principais Aplicativos (Softwares)

- Análise Clássica: ItemAN (www.assess.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Bilog-MG, para itens dicotômicos (www.ssicentral.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Multilog, para itens policotômicos
- Análise de Fatores Associados: HLM (Hierarchical Linear Models)
- R-Project: ltm, mirt, Lorfif (<http://cran.r-project.org/web/packages/ltm/ltm.pdf>)
- Dimensionalidade / Análise Fatorial de Informação Plena: TestFact.
- Xcalibre etc.

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Principais Aplicativos (Softwares)

- Análise Clássica: ItemAN (www.assess.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Bilog-MG, para itens dicotômicos (www.ssicentral.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Multilog, para itens policotômicos
- Análise de Fatores Associados: HLM (Hierarquical Linear Models)
- R-Project: ltm, mirt, Lorfif (<http://cran.r-project.org/web/packages/ltm/ltm.pdf>)
- Dimensionalidade / Análise Fatorial de Informação Plena: TestFact.
- Xcalibre etc.



Principais Aplicativos (Softwares)

- Análise Clássica: ItemAN (www.assess.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Bilog-MG, para itens dicotômicos (www.ssicentral.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Multilog, para itens policotômicos
- Análise de Fatores Associados: HLM (Hierarquical Linear Models)
- R-Project: ltm, mirt, Lorfif (<http://cran.r-project.org/web/packages/ltm/ltm.pdf>)
- Dimensionalidade / Análise Fatorial de Informação Plena: TestFact.
- Xcalibre etc.

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Principais Aplicativos (Softwares)

- Análise Clássica: ItemAN (www.assess.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Bilog-MG, para itens dicotômicos (www.ssicentral.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Multilog, para itens policotômicos
- Análise de Fatores Associados: HLM (Hierarchical Linear Models)
- R-Project: ltm, mirt, Lorfif (<http://cran.r-project.org/web/packages/ltm/ltm.pdf>)
- Dimensionalidade / Análise Fatorial de Informação Plena: TestFact.
- Xcalibre etc.

Principais Aplicativos (Softwares)

- Análise Clássica: ItemAN (www.assess.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Bilog-MG, para itens dicotômicos (www.ssicentral.com)
- Teoria da Resposta ao Item: Multilog, para itens policotômicos
- Análise de Fatores Associados: HLM (Hierarquical Linear Models)
- R-Project: ltm, mirt, Lorfif (<http://cran.r-project.org/web/packages/ltm/ltm.pdf>)
- Dimensionalidade / Análise Fatorial de Informação Plena: TestFact.
- Xcalibre etc.



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Saeb/Prova Brasil (www.inep.gov.br)
- Encceja (www.inep.gov.br)
- Enem (www.inep.gov.br)
- Provinha Brasil de LP e MT
- PISA
- Saesp (www.inep.gov.br)
- ...



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Saeb/Prova Brasil (www.inep.gov.br)
- Encceja (www.inep.gov.br)
- Enem (www.inep.gov.br)
- Provinha Brasil de LP e MT
- PISA
- Saesp (www.inep.gov.br)
- ...



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Saeb/Prova Brasil (www.inep.gov.br)
- Encceja (www.inep.gov.br)
- Enem (www.inep.gov.br)
- Provinha Brasil de LP e MT
- PISA
- Saesp (www.inep.gov.br)
- ...



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Saeb/Prova Brasil (www.inep.gov.br)
- Encceja (www.inep.gov.br)
- Enem (www.inep.gov.br)
- Provinha Brasil de LP e MT
- PISA
- Saesp (www.inep.gov.br)
- ...



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Saeb/Prova Brasil (www.inep.gov.br)
- Encceja (www.inep.gov.br)
- Enem (www.inep.gov.br)
- Provinha Brasil de LP e MT
- PISA
- Saesp (www.inep.gov.br)
- ...



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Saeb/Prova Brasil (www.inep.gov.br)
- Encceja (www.inep.gov.br)
- Enem (www.inep.gov.br)
- Provinha Brasil de LP e MT
- PISA
- Saesp (www.inep.gov.br)
- ...



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Saeb/Prova Brasil (www.inep.gov.br)
- Encceja (www.inep.gov.br)
- Enem (www.inep.gov.br)
- Provinha Brasil de LP e MT
- PISA
- Saesp (www.inep.gov.br)
- ...



Tópicos para Pesquisa

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Melhoria da qualidade da estimativa da habilidade, objetivando um menor erro-padrão;
- Uso de Modelos Multivariados (Enem: LC, CN, CH, MT)
- Construção e Interpretação de Novos Indicadores: Satisfação, Qualidade de Vida, Saúde, Desempenho etc.
- Alguns exemplos nos slides seguintes.

Aplicação 1: Gripe H1N1



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

Ferreira, E.N., Madruga, M.R., Tavares, H.R. (2011).
*Estimação da predisposição a gripe H1N1 através de um
Modelo da TRI: um estudo de caso em Belém-PA*

- Objetivo: Estimar a pré-disposição à Gripe H1N1
- Amostra: 148 casos suspeitos, mas com diagnóstico conhecido (Positivo e Negativo)
- Itens: 13 sintomas associados à Gripe (avaliados de forma dicotômica)
- Que regra de decisão utilizar?



Itens:

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Febre (item 1), tosse (item 2), calafrio (item 3), dispnéia (item 4), dor de garganta (item 5), artralgia (item 6), mialgia (item 7), conjuntivite (item 8), coriza (item 9), diarreia (item 10), cefaléia (item 11), vômitos e náuseas (item 12) e dor torácica (item 13).
- Função de Resposta: Modelo logístico de 2 parâmetros:
$$P(U_{ji} = 1 | \zeta_i, \theta) = \{1 + \exp\{-a_i(\theta - b_i)\}\}^{-1}$$
- Dois grupos pré-definidos (Positivo (58) e Negativos (90))
- Grupo Referência: Positivos, com escala (250,50)



- Resultado da Estimação: grupo Negativo com média 229 e desvio-padrão 36.
- Critério: $\ln r(\theta) = \ln \frac{f_1(\theta)}{f_2(\theta)} =$
 $= (36/50) \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\theta-250}{50} \right)^2 - \left(\frac{\theta-229}{36} \right)^2 \right] \right\}$
- O paciente com predisposição θ será classificado como potencial portador (positivo) se $\ln r(\theta) > 0$.
- Resultado: Obteve-se 62,1% de classificações corretas entre os positivos e 64,4% de classificações corretas entre os negativos.

Aplicação 2: Incrementando o modelo de predisposição



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Podemos incluir falso-positivo e falso-negativos?
- Mesmo indivíduos com alta predisposição podem ter diagnóstico negativo (γ_i). Talvez indivíduos com baixa predisposição possam ter diagnóstico positivo (c_i).
- Modelos logístico de 4 parâmetros:
$$P(U_{ji} = 1 | \zeta_i, \theta) = c_i + (\gamma_i - c_i) \{1 + \exp\{-a_i(\theta - b_i)\}\}^{-1}$$



Aplicação 3: Índice de Competitividade Agropecuária

Souza, A.C., Oigen, R., Tavares, H.R. (2010). *Estimação de Proficiências com itens Pré-ponderados em Modelos de Resposta ao Item*

- Objetivo: Construir uma versão do ICA usando a TRI e comparar com os resultados clássicos
- Amostra: 65 propriedades rurais
- Instrumento: Questionário de Avaliação com 31 itens, relativos a 4 Fatores: Tecnologia (10 subfatores - itens), Gestão (10 itens), Relações de Mercado (4 itens) Ambiente Institucional (7 itens)
- Cada item foi avaliado nos níveis de 0 (pior) a 4 (melhor).
- Na construção clássica, cada item recebe um peso pré-determinado, e são construídas as notas por Fator. Em seguida, cada Fator recebe um peso para construção da Nota Geral.



Aplicação 3: Índice de Competitividade Agropecuária

- Modelo de Resposta Gradual (MRG)
- Os pesos dos itens deverão ser refletidos por seus parâmetros
- Os pesos dos Fatores serão incorporados no Modelo
- Cada item será modelado por um MRG: $P_{ik}^*(\theta)$ é a probabilidade (acumulativa) de obter o nível k ou superior. Com isso, a probabilidade de ser avaliado na categoria k é

$$P_{ik}(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_{i,k})}} - \frac{1}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_{i,k+1})}},$$

com $P_{i4}^*(\theta) = 0$ e $P_{i0}^*(\theta) = 1$, $b_{i,k} < b_{i,k+1}$.



Aplicação 3: Índice de Competitividade Agropecuária

- A cada item será associado um peso γ_i , especificado pelos Fatores, para ser usado na estimação das *variáveis latentes*
- Os itens devem ser calibrados sem qualquer ponderação, ou sejam com $\gamma_i = 1, \forall i$.
- Na estimação dos θ'_j s usamos

$$L(\theta) = P(U_{jk}|\theta, \zeta_i) = \prod_{i=1}^I P(u_{ji} = k|\theta, \zeta_i)^{\gamma_i},$$

Dicotomizando as categorias:

$$u_{jik} = \begin{cases} 1, & \text{se } u_{ji} = k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$



Aplicação 3: Índice de Competitividade Agropecuária

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héilton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:

■ Estimação do ICA:

$$\begin{aligned} P(U_j) &= \int L(\theta)g(\theta_j|\eta)d\theta \\ &= \int \prod_{i=1}^{k_i} P(u_{jki} = 1|\theta, \zeta_i)^{u_{jki}\gamma_i} g(\theta_j|\eta)d\theta \end{aligned}$$

Aplicação 3: Índice de Competitividade Agropecuária



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

- Os parâmetros dos itens foram estimados no Multilog (Thiesen, Chen & Bock, 2003)
- A estimação ponderada foi implementada no Ox (Doornik, 2009)
- Os resultados obtidos via TRI foram altamente correlacionados com o Clássico.
- A única ponderação necessária se deu no sentido de acomodar o grau de importância dos Fatores, definido pela área.
- Após a calibração dos itens (sem ponderação), pôde-se avaliar melhor as características dos itens.

Aplicação 4: Microarray

Barros, N.N., Tavares, H.R. (2010). *Modelagem de dados Microarray via Teoria da Resposta ao Item*

- Objetivo: Analisar respostas oriundas de fragmentos de DNA
- Experimento com 50 tratamentos para verificar genes responsáveis pelo funcionamento da hipertensão arterial. Estes tratamentos, frutos de fatores que provocam mutações gênicas, provavelmente terão níveis de atividade de acordo com os fatores e os níveis podem apresentar um certo grau de dependência. Assim sendo, objetivo desse trabalho é modelar a estrutura de covariâncias entre esses 50 tratamentos.





Aplicação 4: Microarray

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

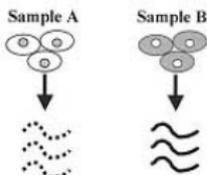
Aplicação 5:

- Desenvolvidos nos anos de 1990, os microarranjos (microarrays) de DNA revolucionaram a maneira de analisar expressão gênica. Esses Microarranjos são pequenos suportes sólidos, onde milhares de seqüência codificadoras de genes estão immobilizadas, em posições conhecidas, servindo como uma sonda para um gene específico. Geralmente esses suportes sólidos são lâminas de vidro especial de microscopia, mas também pode ser um Silicon Chip. O DNA é impresso, depositado ou sintetizado diretamente nesse suporte. As amostras podem ser DNA, cDNA ou Oligonucleótidos.



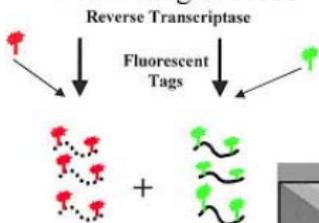
Processo de Produção

A. RNA Isolation

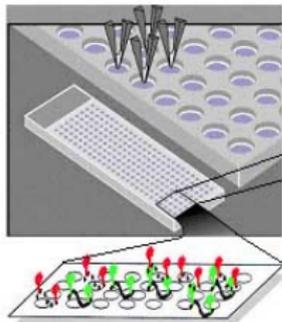


B. cDNA Generation

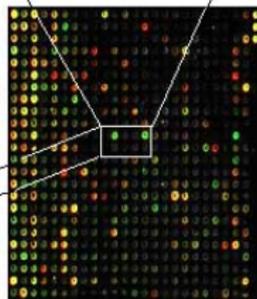
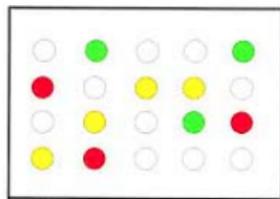
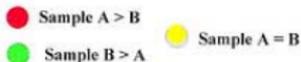
C. Labeling of Probe



D. Hybridization to Array



E. Imaging



Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:

Resultado do Experimento



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

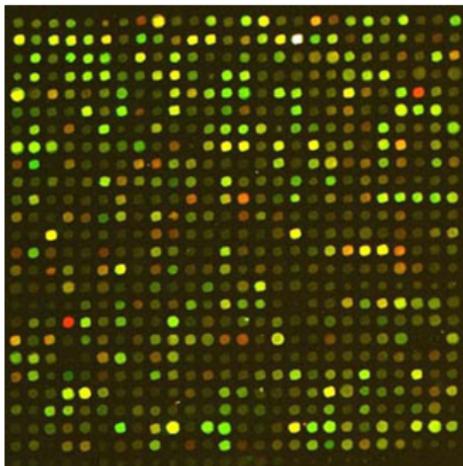
Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



- Em cada ponto do microarray de DNA encontram-se sondas de DNA que hibridizam apenas com um dos mRNA recolhidos da cultura de controle ou da cultura teste.
- A intensidade e cor final da hibridização de cada sonda depende do nível de concentração do mRNA recolhido de cada uma das culturas.

Aplicação 4: Microarray

- Na porção mostrada do microarranjo, os pontos vermelhos indicam que o gene em uma das amostras (amostra que corresponde ao grupo doente, por exemplo) é expresso em um nível maior do que o gene correspondente à outra amostra (amostra que corresponde ao grupo controle).
- Os pontos verdes indicam que a expressão dos gene é maior na amostra do grupo controle que na amostra do grupo doente.
- Os pontos amarelos indicam genes que são expressos em níveis iguais em ambas as amostras.
- Os pontos escuros indicam pouca ou nenhuma expressão em cada amostra.



Aplicação 4: Descrição dos dados

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

No INCOR-USP foram identificadas cinco regiões cromossômicas que explicam aproximadamente 40% da pressão arterial sistólica em linhagens de ratos, indicando a presença de genes reguladores da pressão arterial nessas regiões. Foram considerados dois grupos de ratos: SHR e BN, onde as regiões cromossômicas 4, 2a, 2c, 8 e 16 foram observadas. Foram realizadas perturbações no sistema biológico de ratos congênicos SHR, substituindo cada uma dessas regiões pela região correspondente de um animal BN, em um total de 50 animais divididos em dois grupos, um que recebeu sobrecarga salina e o outro não.



Aplicação 4: Descrição da Amostra

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

CH2a : apresenta as regiões 4, 2c e 16 do SHR e a região 2a do BN.

CH2c : apresenta as regiões 4, 2a e 16 do SHR e a região 2c do BN.

CH4 : apresenta as regiões 2a, 2c e 16 do SHR e a região 4 do BN.

CH16 : apresenta as regiões 4, 2a, 2c e 16 do SHR e a região 16 do BN.

SHR : todas as regiões são do SHR.

Cada combinação entre esses grupos e um nível de salinidade estava presente em cinco ratos. Dessa maneira, cada tratamento é representado pela combinação entre um grupo, um nível de salinidade e uma repetição, a qual é composta de cinco animais distintos.



Aplicação 4: Estrutura de Dependência

As intercorrelações entre os 50 tratamentos podem ser representadas através de uma matriz de covariâncias de ordem 50×50 com a seguinte estrutura:

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13} & \Sigma_{14} & \Sigma_{15} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \Sigma_{23} & \Sigma_{24} & \Sigma_{25} \\ \Sigma_{31} & \Sigma_{32} & \Sigma_{33} & \Sigma_{34} & \Sigma_{35} \\ \Sigma_{41} & \Sigma_{42} & \Sigma_{43} & \Sigma_{44} & \Sigma_{45} \\ \Sigma_{51} & \Sigma_{52} & \Sigma_{53} & \Sigma_{54} & \Sigma_{55} \end{pmatrix}.$$

As matrizes $\Sigma_{i,j}$, para $i, j = 1, \dots, 5$ correspondem às cinco repetições do experimento e cada uma delas é estruturada da seguinte maneira:

$$\Sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \Sigma_{ttij} & \Sigma_{tcij} \\ \Sigma_{tcij} & \Sigma_{ccij} \end{pmatrix}.$$



Aplicação 4: Descrição do Experimento

1º caso: Covariâncias entre tratamentos com o mesmo nível de salinidade e mesma repetição: Espera-se que haja correlação entre esses tratamentos de modo que a matriz de covariâncias siga o modelo uniforme.

$$\Sigma_{tt} = \Sigma_{cc} = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & 1 & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & 1 \end{pmatrix}.$$

2º caso: Covariâncias entre tratamentos com o mesmo nível de salinidade e repetição diferente:

$$\Sigma_{tt}^* = \Sigma_{cc}^* = \sigma^2 \begin{pmatrix} \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \\ \rho & \rho & \rho & \rho & \rho \end{pmatrix},$$

Teoria da Resposta ao Item (TRI)

Héliton Tavares

Sumário

Teoria Clássica de Medidas (TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1: Gripe H1N1

Aplicação 2: Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4: Microarray

Aplicação 5:



Aplicação 4: Descrição do Experimento

3º caso: Covariâncias entre tratamentos com diferentes níveis de salinidade:

$$\Sigma_{tc} = \sigma^2 \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho_5 \end{pmatrix}.$$

Neste caso, espera-se que não haja correlação entre tratamentos com diferentes níveis de salinidade, exceto entre animais pertencentes ao mesmo grupo. Os valores de ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 , ρ_4 e ρ_5 representam as correlações entre tratamentos com animais nos diferentes níveis de salinidade para os grupos SHR, CH2a, Ch2c, Ch4 e CH16, respectivamente.



Aplicação 4: Estimação

- A metodologia para o processo de estimação será feita utilizando um modelo de probabilidade da Teoria da Resposta ao Item com uma aborgagem hierárquica bayesiana.
- Como o objetivo deste trabalho é estudar as possíveis intercorrelações entre os elementos de ζ , através de τ (parâmetros de Σ), usaremos uma estrutura linear hierárquica, baseando-se no método MCMC para encontrar estimativas para os parâmetros.
- Posteriori:

$$f(\theta, \zeta, \eta, \tau, \gamma) \propto L(\mathbf{u}|\theta, \zeta)g(\theta|\eta)g(\eta)f(\zeta|\tau)h(\tau|\gamma)y(\gamma),$$

- E Marginalizando,

$$f(\zeta, \tau) \propto L(\zeta)f(\zeta|\tau)h(\tau|\gamma),$$

Aplicação 4: Resultados



Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

A tabela abaixo apresenta as estimativas dos parâmetros de ρ para os dados reais que correspondem a uma amostra de tamanho 35.129 e os 50 tratamentos já definidos.

Tabela : Estimativas para os parâmetros ρ 's com dados reais.

<i>Parâmetro</i>	ρ	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	ρ_5
<i>Estimativa</i>	0.704	0.889	0.901	0.623	0.290	0.599



Aplicação 4: fMRI

Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héilton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

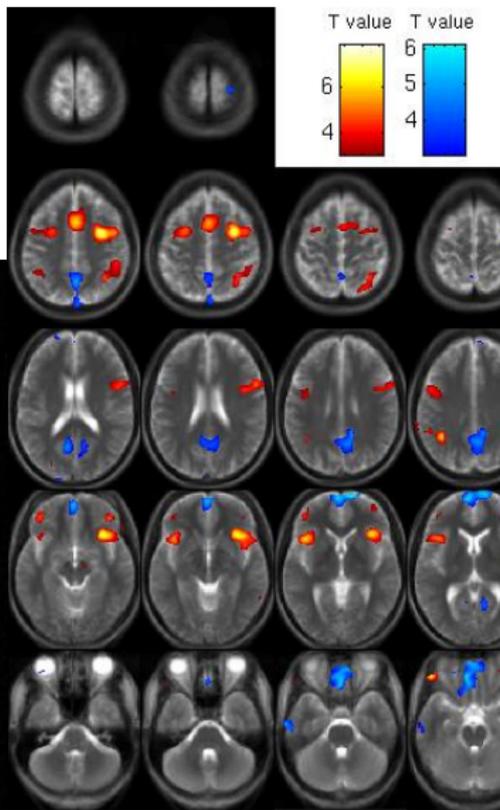
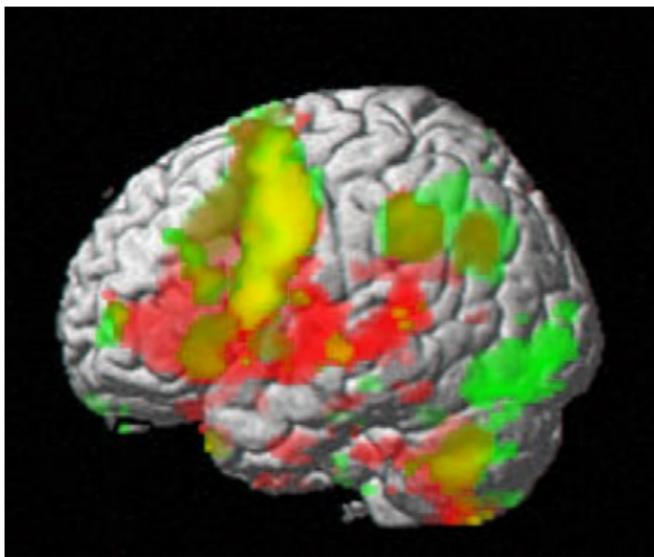
Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:



Referências Bibliográficas

- (1) Andrade, D.F., Tavares, H.R., Valle, R.C. (2000). *Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações*. Associação Brasileira de Estatística: São Paulo. (disponível em www.ufpa.br/heliton)
- (2) Baker, F. B., & Kim, S. H. (2004). *Item response theory: Parameter estimation techniques* (2nd ed.). New York: Marcel Dekker.
- (3) Fox, J.-P. (2010). *Bayesian Item Response Modeling: Theory and Applications* New York: Springer.
- (4) De Boeck, P. Azevedo, C. L. N., Tavares, H. R. (2011). *Linear and Nonlinear Generalized Mixed Models: Inference and Applications*. Associação Brasileira de Estatística: Fortaleza.





Teoria da
Resposta ao
Item (TRI)

Héliton
Tavares

Sumário

Teoria Clássica
de Medidas
(TCM)

TRI

Simulação

Estimação

Softwares

Aplicações

Pesquisa

Aplicação 1:
Gripe H1N1

Aplicação 2:
Gripe H1N1²

Aplicação 3: ICA

Aplicação 4:
Microarray

Aplicação 5:

Obrigado!

Héliton Tavares
heliton@ufpa.br

Material disponível em www.ufpa.br/heliton